

# 液中環境下でのAFM(原子間力顕微鏡)における 粘弾性動力学の数値計算シミュレーション

Advanced Algorithm & Systems Co., Ltd.

24th International Colloquium on Scanning Probe Microscopy  
(ICSPM24)

Hawaii Convention Center

2016年12月14日

## 概要

本プレゼンテーションでは、液中環境下でのAFM(原子間力顕微鏡)における、粘弾性動力学の数値計算シミュレーションの結果を報告する。

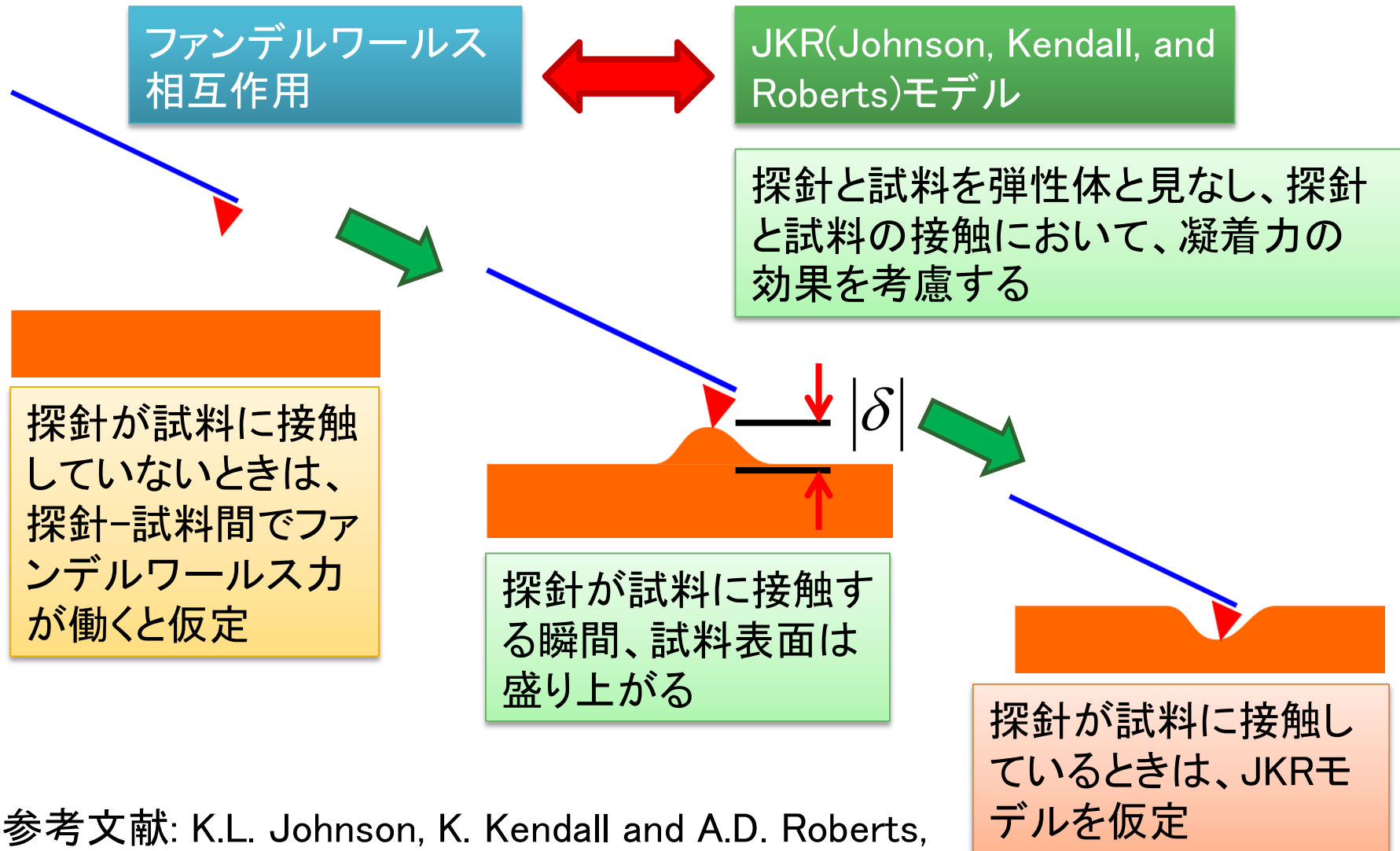
探針が試料表面に接触していないときは、探針-試料間にファンデルワールス力が働いていると仮定する。探針が試料表面に接触しているときは、粘弾性接触を記述するためにJKR(Johnson-Kendall-Roberts)モデルが成立すると仮定する。

探針が試料表面に近付いてから離れるプロセスでのフォース・カーブのヒステリシスを導入するために、探針と試料から成る系を、ファンデルワールス相互作用とJKRモデルの間で、確率的に遷移させる。

探針-試料間の粘弾性動力学の取り扱いと並行して、ナビエ-ストークス方程式を解くことによって、液中環境下でのAFMのカンチレバーの動きを評価する。

数値計算シミュレーションにおいては、周波数シフトと位相シフトの二つの物理量に注目する。

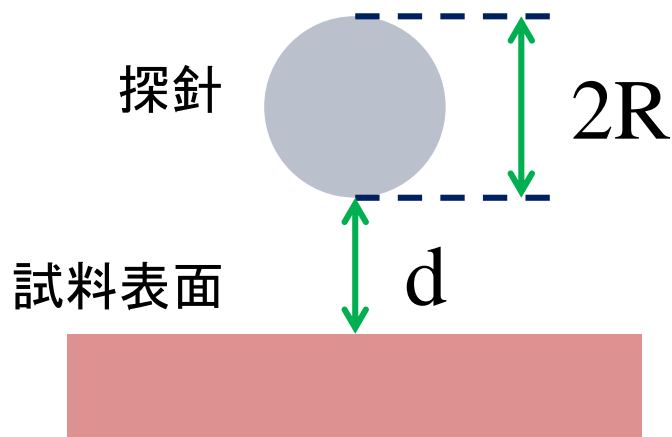
# AFM(原子間力顕微鏡)における、探針-試料間の粘弾性接触



参考文献: K.L. Johnson, K. Kendall and A.D. Roberts, Proc. R. Soc. Lond. A. **324**, 301-313 (1971).

## ファンデルワールスカ

$$F \cong \frac{A}{12} \frac{D}{d^2}$$



$$D = 2R$$

$$A = \sqrt{H_1 H_2}$$

$H_1, H_2$  : ハーマーカ一定数

試料表面は無限に広がっていると仮定

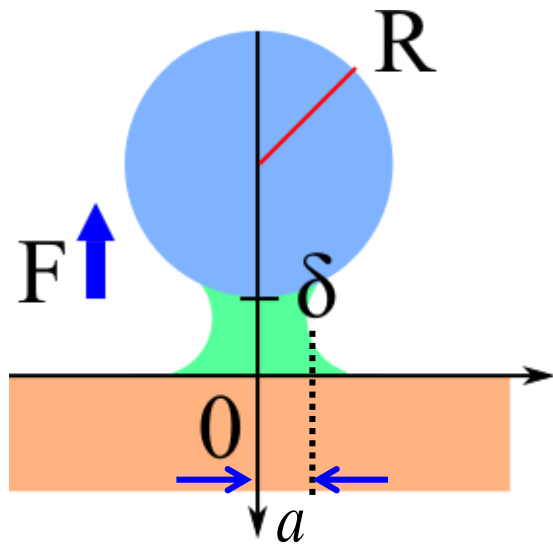
探針は**純粋な弾性体**であると仮定する

試料は**粘弾性体**であると仮定する

➡ 試料に表面張力を導入したい

➡ 探針-試料間にJKRモデルを適用する

## JKRモデル(1)



$F$  : 探針、試料の二つの固体の間で働く力  
( $F$  は上向きを正とする)

$\delta$  : 探針、試料の二つの固体間の距離  
( $\delta$  は下向きを正とする)

$$F = 4F_c(x^3 - x^{3/2})$$

$$\delta = \delta_0(3x^2 - 2\sqrt{x})$$

$a$  : 接触半径

$x$  : 探針、試料の二つの固体の接触半径に比例する無次元量

$$6^{-2/3} \leq x \leq 1$$

$$F_c = 3\pi\gamma R \quad (\gamma : \text{試料の表面張力})$$

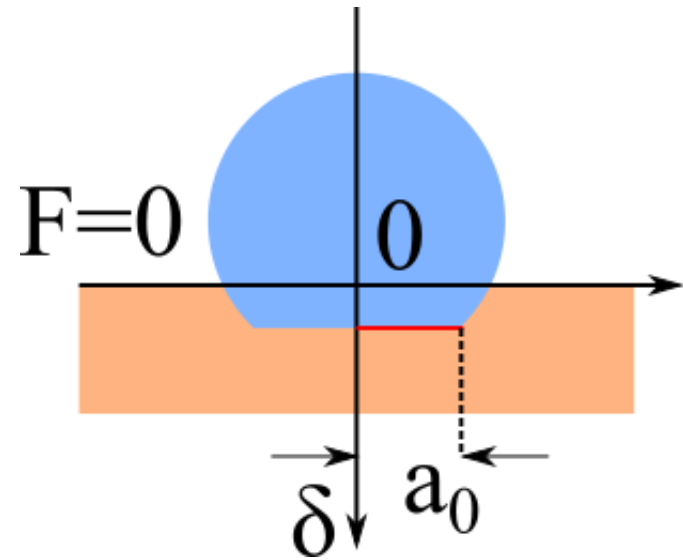
## JKRモデル(2)

$$\delta_0 = \frac{a_0^2}{3R}, \quad a_0 = \left( \frac{9\pi\gamma R^2}{E^*} \right)^{1/3}$$

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1-\sigma_1^2}{E_1} + \frac{1-\sigma_2^2}{E_2}$$

$E_1, E_2$  : ヤング率

$\sigma_1, \sigma_2$  : ポアソン比



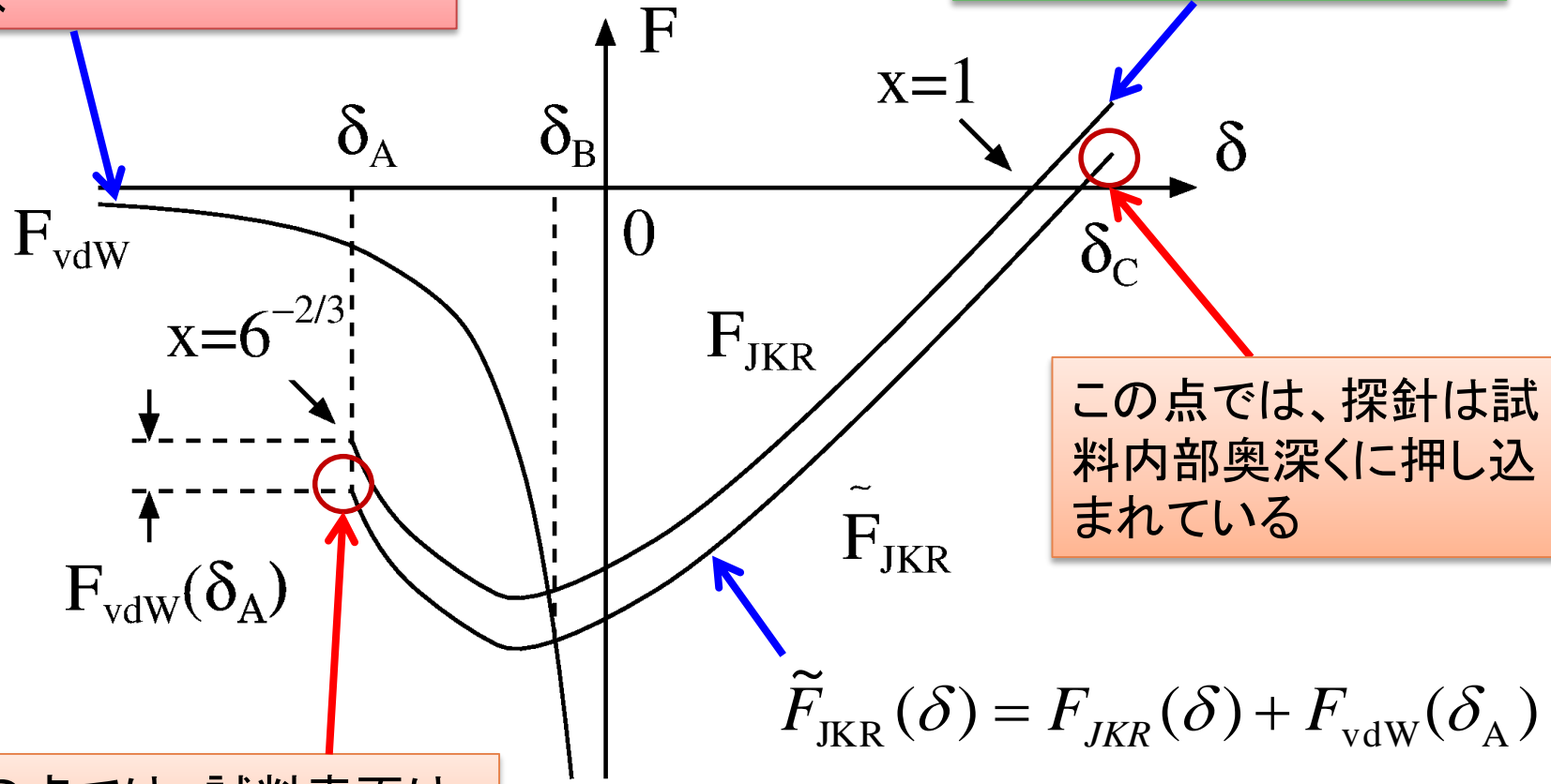
$a_0$  : 探針を粘弾性物質内部に押し込んだ際、凝着力と弾性反発力が相殺して、探針の試料から受ける力がゼロになる際の、接触半径  
探針-試料間に働く力がゼロでも、接触半径はゼロにはならない点に注意

$a = a_0 x$  : 接触半径

# ファンデルワールスカとJKRモデル間の遷移(1)

ファンデルワールスカの  
曲線

JKRモデルから得られる  
フォースカーブ



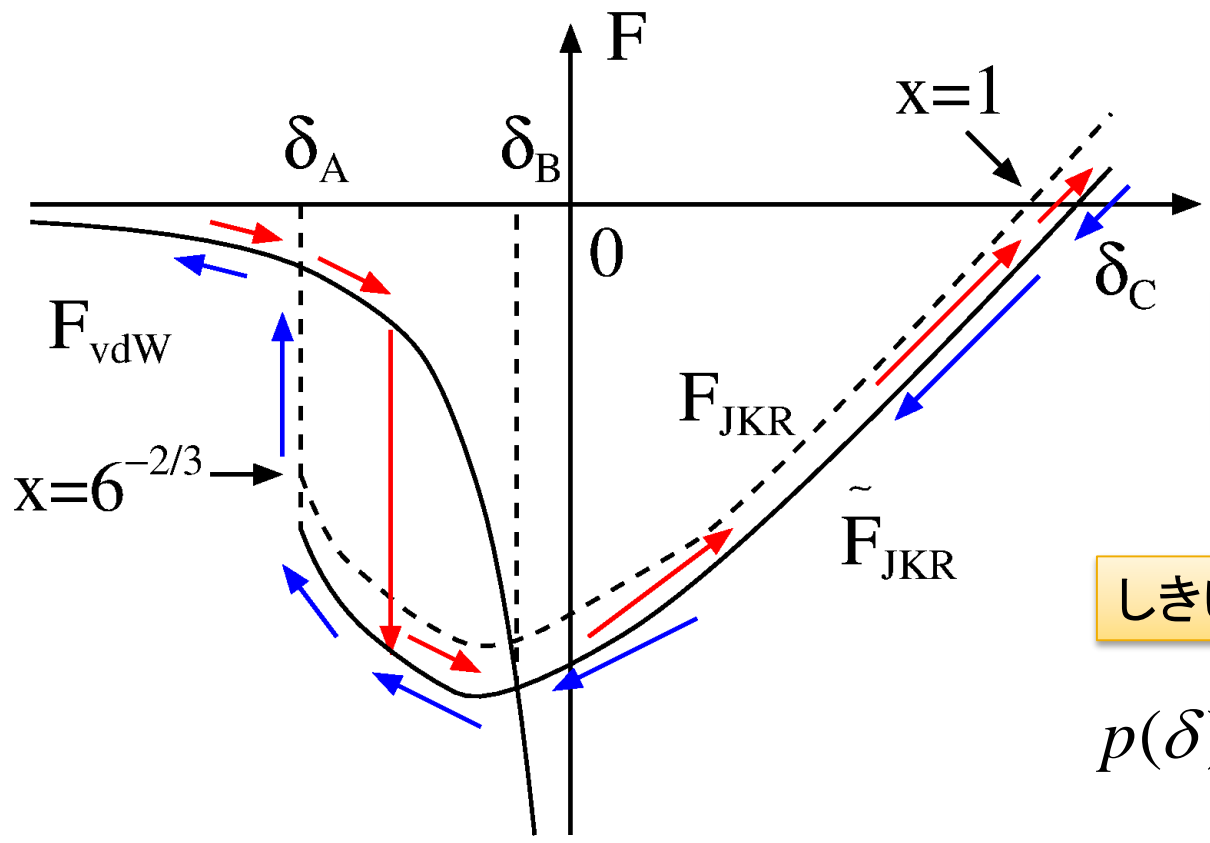
この点では、探針は試料内部奥深くに押し込まれている

この点では、試料表面は盛り上がっている

$\delta_A$  と  $\delta_B$  の間で遷移は起こる

# ファンデルワールスカとJKRモデル間の遷移(2)

→ フォースカーブにヒステリシスが生じる



状態遷移は確率的に起こると仮定

しきい値確率:

$$p(\delta) = \exp\left(-\frac{\delta_B - \delta}{\delta_B - \delta_A}\right)$$

→ : 探針が試料表面に接近するプロセス

→ : 探針が試料表面から遠ざかるプロセス



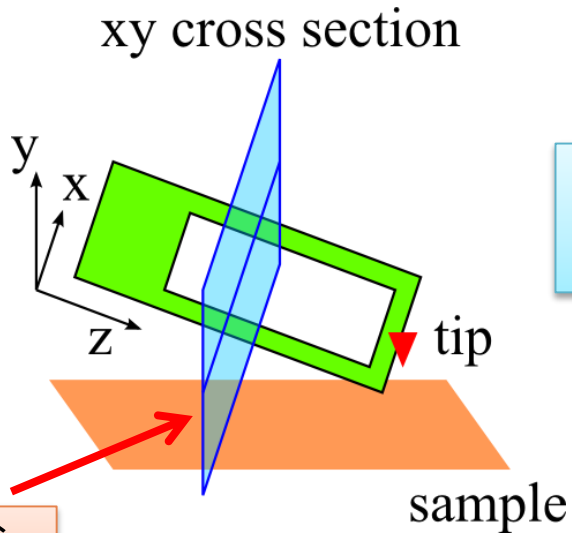
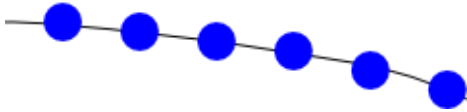
カンチレバーは液中環境下にある



流体の動力学を調べる必要あり

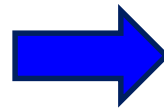


カンチレバーを1次元弾性体ビームモデルで近似

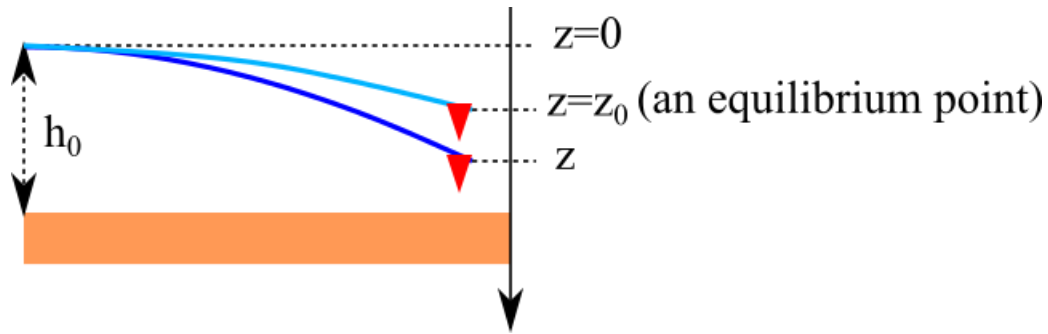


2次元流体が  
運動する平面

流体の動きはxy断面2次元問題として  
取り扱う



粘性を考慮した  
二次元非圧縮性流体



参考文献: N. Sasaki and M. Tsukada, Jpn. J. Appl. Phys. **39**, L1334-L1337 (2000).

周波数シフト

探針-試料間に働く力

$$\Delta \nu = -\frac{1}{2\pi a k} \frac{\omega_0}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\psi \underbrace{F_{\text{TS}} (h_0 - z)}_{\text{探針-試料間に働く力}} \cos \psi$$

$$z - z_0 = a \cos \psi$$

$$a = (z_{\max} - z_{\min}) / 2$$

$$\omega_0 = \sqrt{k / m}$$

## 位相シフト

探針-試料間に働く力

$$h = \frac{1}{2\pi a k} \frac{\omega_0}{\Omega} \int_0^{2\pi} d\psi F_{\text{TS}}(h_0 - z) \sin \psi$$

$$+ \frac{1}{\pi \omega_0} \frac{1}{\varepsilon} \int_0^{2\pi} d\psi \gamma(h_0 - z) \sin^2 \psi$$

散逸流体の抵抗係数

$$\varepsilon = \delta_A / a$$

$$\Phi = -\tan^{-1} \frac{h}{(f / f_0) - 1 + r}$$

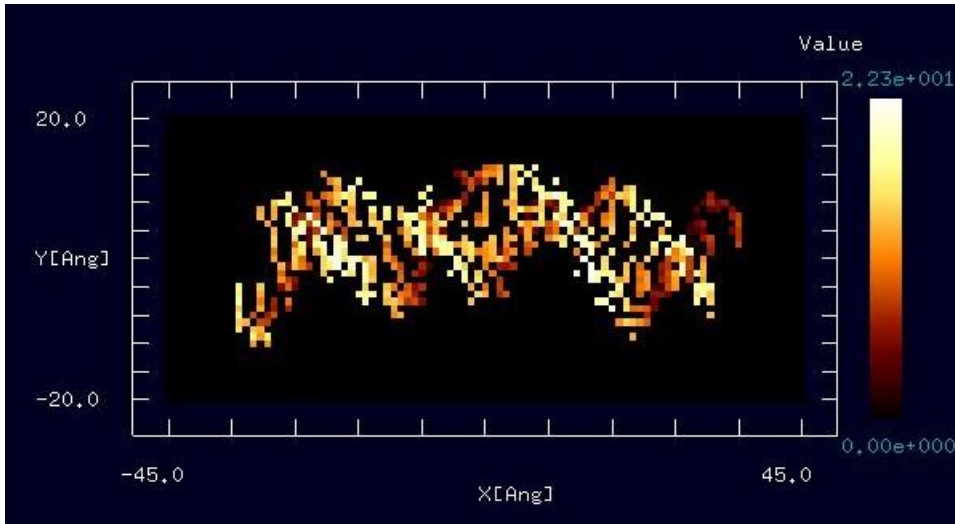
$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} : \text{カンチレバーの共鳴周波数}$$

$$f = \frac{\Omega}{2\pi} : \text{カンチレバーの周波数}$$

$$r = \frac{\Delta \nu}{f_0}$$

## シミュレーション例

## DNA分子



カンチレバーの振動:  
周波数: 20.0[kHz]  
振幅: 30.0[nm]

試料:  
ヤング率: 76.5[GPa]  
ポアソン比: 0.22  
ハーマーカ一定数:  $5.0e-20$ [J]  
表面張力: 0.4[N/m]  
粘性抵抗: 10.0[Pa s]

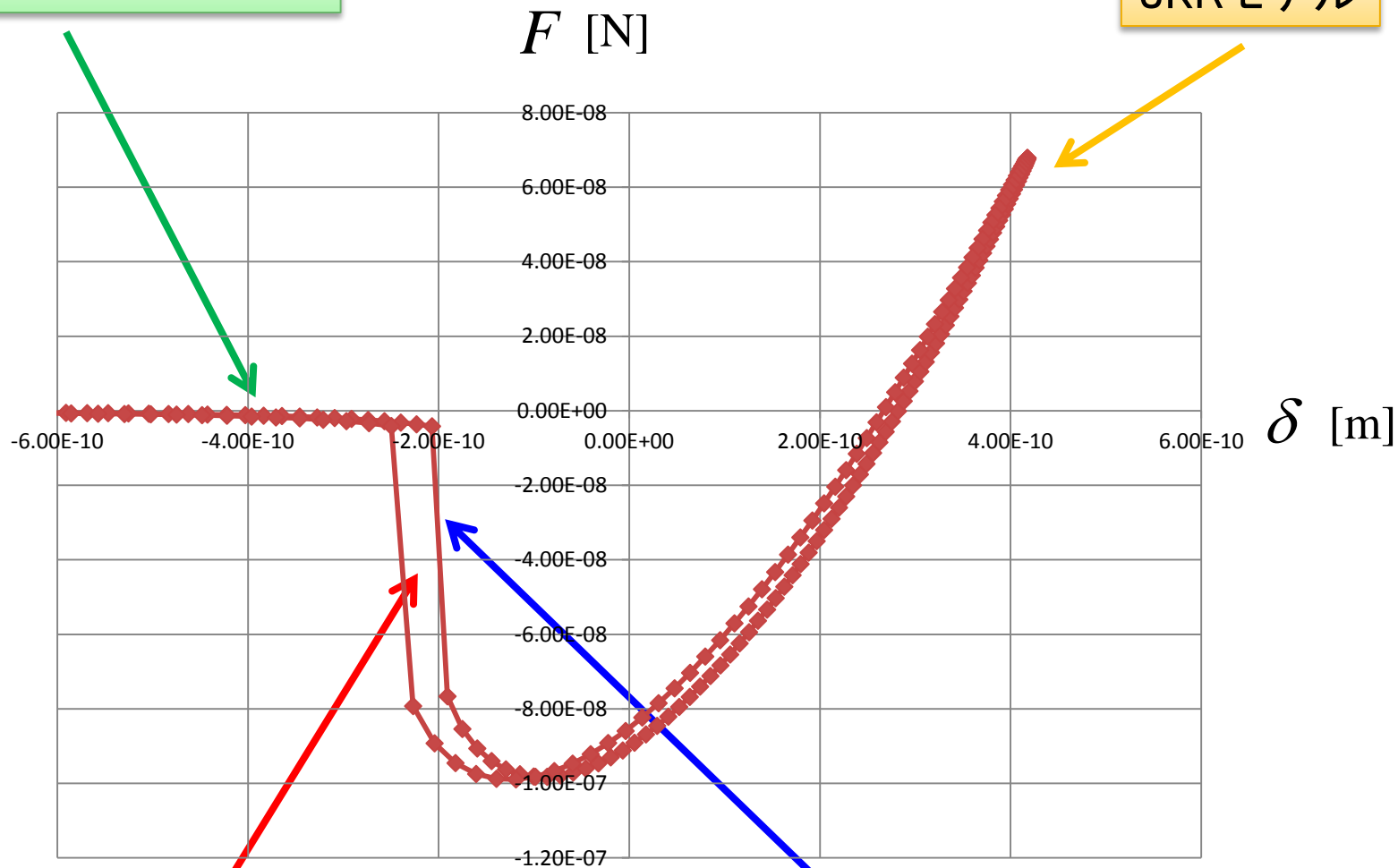
流体:  
動粘性係数:  $0.25e-6$ [m<sup>2</sup>/s]  
密度: 200.0[kg/m<sup>3</sup>]

カンチレバー:  
密度: 2200.0 [kg/m<sup>3</sup>]  
ヤング率: 6000.0[GPa]  
ポアソン比: 0.22  
長さ、幅、深さ:  
400.0, 50.0, and 4.0[ $\mu$  m]  
ばね定数: 75.0[N/m]

探針のハーマーカ一定数:  
 $5.0e-20$ [J]

ファンデルワールスカ

JKRモデル



ヒステリシスが生じている

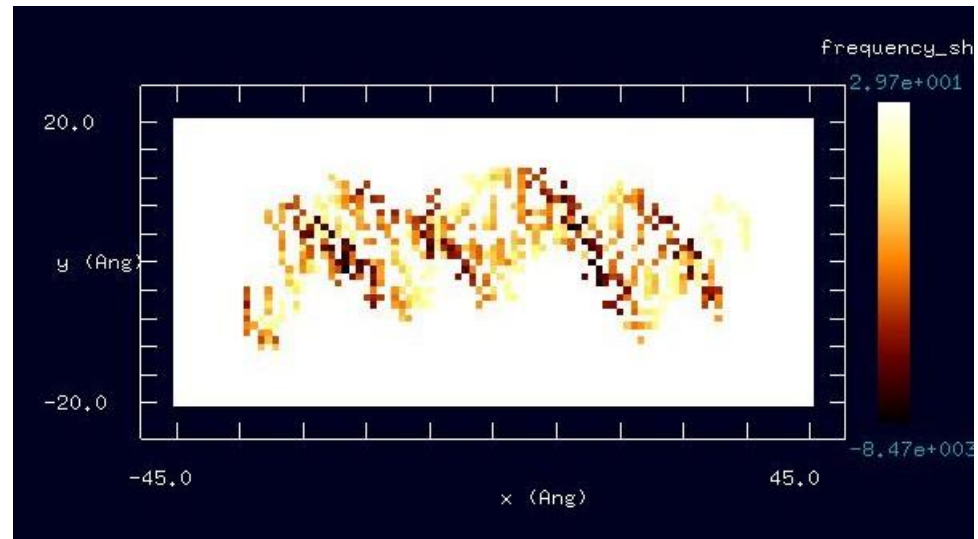
確率的状態遷移

# 液中環境下でのシミュレーション

## 周波数シフト

最大値: 0.0297[kHz]

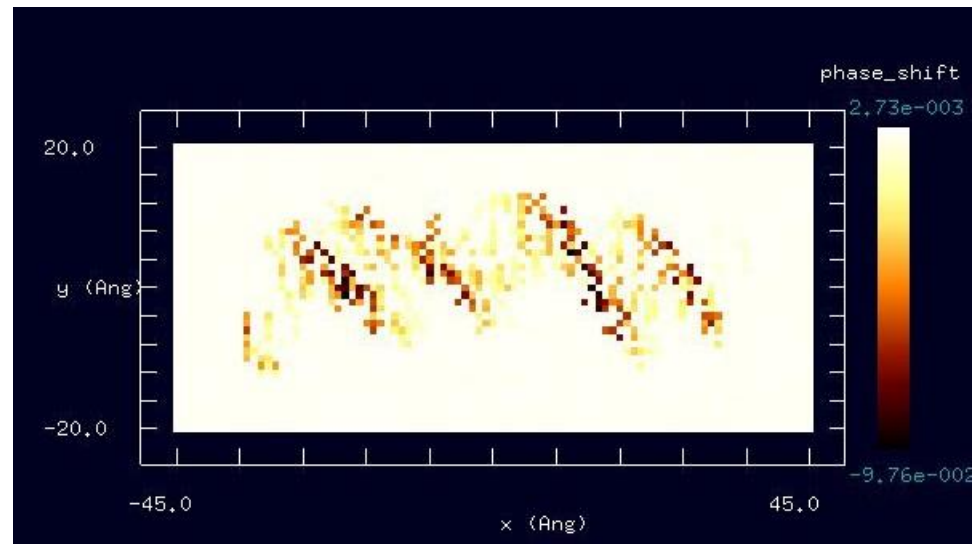
最小値: -8.47[kHz]



## 位相シフト

最大値:  $2.73e-3$ [radian]

最小値:  $-9.76e-2$ [radian]

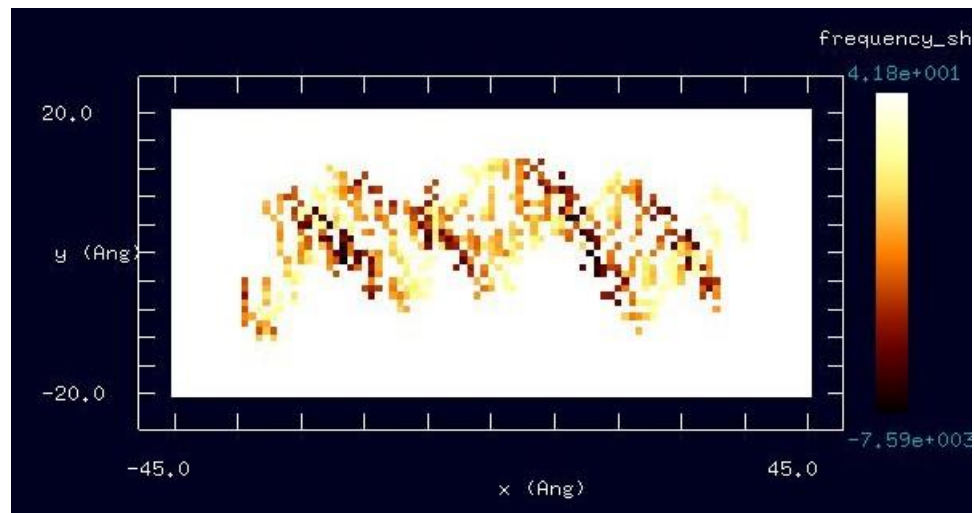


# 真空中でのシミュレーション

## 周波数シフト

最大値: 0.0418[kHz]

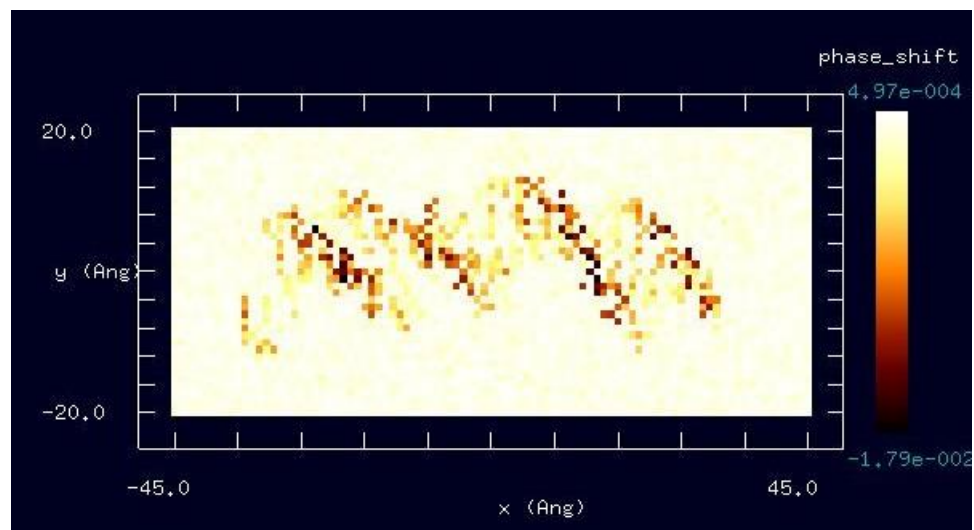
最小値: -7.59[kHz]



## 位相シフト

最大値: 4.97e-4[radian]

最小値: -1.79e-2[radian]



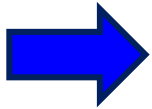
## 今後の展開

### 逆問題へのアプローチ

周波数シフト、位相シフトの値を実験結果により既知として、それらの値から、試料のヤング率、表面張力等の物性値を逆算する

LiqAFMのタッピング機能は、以下のシミュレーションを実現します

- 試料の高さ分布情報から、AFM周波数シフト像を得ることができます
- 試料の高さ分布情報から、AFM位相シフト像を得ることができます
- 実験によって得られた周波数シフト、位相シフト情報から、試料のヤング率、表面張力等の物性値を逆算できます
- 真空環境下、液中環境下でのAFM実験の観測値の違いを予測できます



液中環境下で、粘弾性接触力学を考慮したAFM実験がシミュレーションで再現できます



## LiqAFM tapping逆問題の難しさ

- 周波数シフト観測値 : 30.9799[Hz]
- カンチレバー振動周波数 : 20[kHz]
- 位相シフト観測値 : -0.00166969[radian]

- 観測値を再現するヤング率 : 76.5[Gpa]
- 観測値を再現するポアソン比 : 0.22
- 観測値を再現する表面張力 : 0.4[N/m]
- 観測値を再現する粘性率 : 10.0[Pasec]
- 観測値を再現する高さ : 0.0[nm]

計算量の負担を減らすため、真空中での場合とした液中環境の計算だと十数時間程度かかる

### 周波数シフト、位相シフトのずれ関数

$$f = \sqrt{\left(\frac{\Delta\nu - \Delta\nu_{\text{obs}}}{\omega_0 / (2\pi)}\right)^2 + \left(\frac{\Phi - \Phi_{\text{obs}}}{\pi}\right)^2}$$

$\Delta\nu$  : シミュレーション計算で得た周波数シフト

$\Delta\nu_{\text{obs}}$  : 観測値として得られた周波数シフト

$\omega_0$  : カンチレバーの共鳴振動周波数

$\Phi$  : シミュレーション計算で得た位相シフト

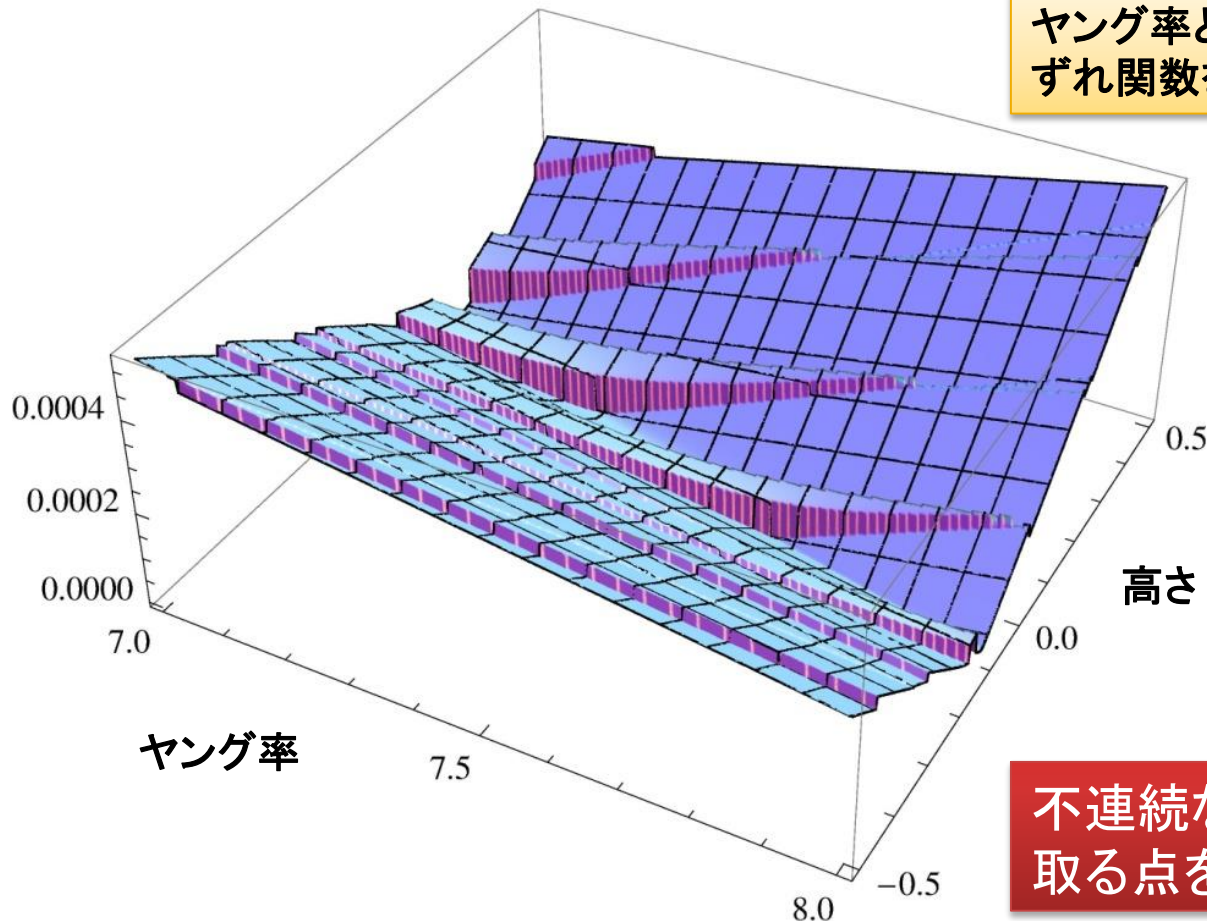
$\Phi_{\text{obs}}$  : 観測値として得られた位相シフト

# (1)ヤング率と高さの2種類のパラメータによるずれ関数値の分布

ヤング率: 70.0~80.0[Gpa]を400等分割  
高さ: -0.05~0.05[nm]を400分割

ずれ関数を最小にするパラメータの組は、  
ヤング率: 76.5[Gpa]  
高さ: 0.0[nm]  
ずれ関数値:  $7.37050e-010$

ヤング率と高さのパラメータ平面上に、  
ずれ関数をプロットしたグラフ



ずれ関数値の分布は  
不連続  
→  
時間変数を離散化した  
際に不連続性が生じる

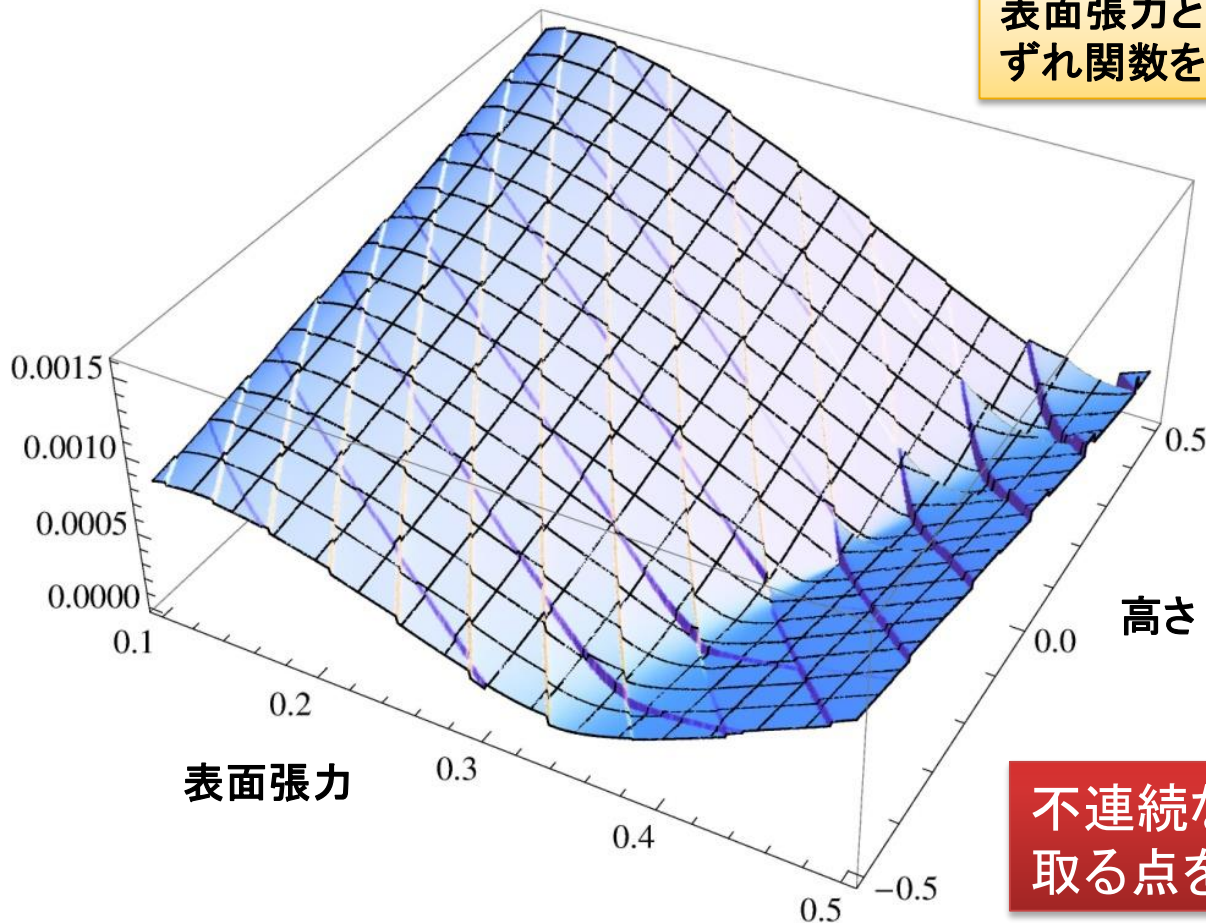
不連続な点が多数あり、極小値を  
取る点を探し出すのが困難

## (2) 表面張力と高さの2種類のパラメータによるずれ関数値の分布

表面張力:  $0.1 \sim 0.5$  [N/m] を 400 等分割  
高さ:  $-0.05 \sim 0.05$  [nm] を 400 分割

ずれ関数を最小にするパラメータの組は、  
表面張力:  $0.4$  [N/m]  
高さ:  $0.0$  [nm]  
ずれ関数値:  $7.37050e-010$

表面張力と高さのパラメータ平面上に、  
ずれ関数をプロットしたグラフ



ずれ関数値の分布は  
不連続  
→  
時間変数を離散化した  
際に不連続性が生じる

不連続な点が多数あり、極小値を  
取る点を探し出すのが困難